

**Proiect component: Pr.5** Conducerea inteligentă, cu tehnici avansate și navigatia bazată pe senzori performanți, sistem video-biometric și sistem servoing vizual a sistemului autonom complex SAC-SI integrat în tehnologia de asistare a persoanelor cu dizabilități neuro-motorii severe

**Activitatea: Act 1.13** - Modelarea cinematica a sistemului robotic autonom format din scaun cu roțile și manipulator robotic cu 7-DOF integrat în tehnologia de asistare a persoanelor cu dizabilitati neuro-motorii;

Pentru a înțelege comportamentul mecanic al unui sistem de tipul scaunului cu roțile este necesar să se studieze cinematica acestuia. Procesul de studiere al cinematicii are în vedere descrierea mișcării în funcție de contribuția fiecărei roți. De asemenea, fiecare roată impune constrângeri cinemate asupra mișcării, de exemplu, imposibilitatea de alunecare în lateral. În funcție de geometria șasiului, roțile au legătură între ele, contribuind la formarea unor constrângeri generale asupra mișcării acestuia.

Cinematica și dinamica unui scaun cu roțile poate fi modelată pe baza unor prezumții de model:

- WMR nu conține părți flexibile;
- Există cel puțin un element de conducere pe fiecare roată;
- Axele de conducere sunt perpendiculare pe suprafața plană.

Pe baza acestor prezumții se obțin ecuațiile care descriu cinematica unui scaun cu roțile - pot exista constrângeri holonomice și constrângeri nonholonomice. Acestea pot fi scrise sub următoarea formă:

$$A(q)\dot{q} = 0 \tag{1.13.1}$$

unde  $A(q) \in R^{m \times n}$  este o matrice de grad înalt.

Fie  $s_1(q), \dots, s_{n-m}(q)$  un set neted (i.e, continuu diferentiabil) și linear independent de câmpurile de vectori în spațiul nul al  $A(q)$ , i.e  $A(q)s_i(q) = 0, i = 1, \dots, n - m$ .

Fie  $S(q) = [s_1(q), \dots, s_{n-m}(q)]$  matricea de grad înalt format din acești vectori, astfel încât:

$$A(q)S(q) = 0 \tag{1.13.2}$$

Figura 1.13.1 reprezintă un model geometric al unui scaun cu roțile care definește principalele variabile necesare pentru a obține modelul cinematic. Scaunul cu roțile are 2 roți motoare diametral opuse, având raza  $r$ , și 2 roți libere de tip castor. Ambele roți motoare au atașate actuatori și encodere pentru detecția poziției sau a vitezei, în timp ce roțile castor nu conțin niciun fel de senzor sau actuator, acestea nefiind luate în considerare la crearea modelului cinematic.

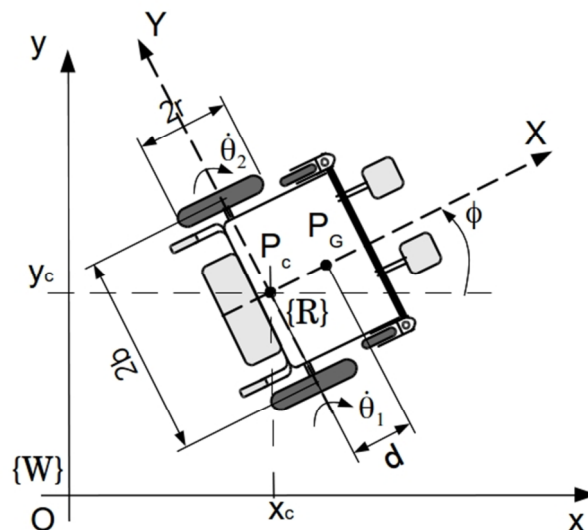


Figura 1.13.1 - Scaun mobil cu două roți motoare și două libere

pentru persoanele cu handicap locomotor

Originea sistemului de coordonate ale scuanului cu roțile cu coordonatele  $(x_c, y_c)$  este definită de  $P_c$ , și se presupune că este pe axa X la o distanță  $d$  de  $P_c$ .  $\phi$  este unghiul format de axa X care aparține lui {W} și axa X care aparține lui {R}.

Echilibrul rabotului este menținut de către cele două roți libere al căror efect va fi ignorat. Astfel,  $q = [x_c, y_c, \phi, \theta_r, \theta_l]^T$  denotă configurația sistemului, i.e., cele 5 coordonate generalizate ( $n=5$ ).

Pentru modelul cinematic, se presupune că pentru fiecare contact, există o mișcare pură de rostogolire. Presupunând că viteza lui  $P_c$  este în direcția axei de simetrie (axa X) și roțile nu prezintă alunecări, următorul set de constrângeri ( $m=3$ ), este obținut:

$$\dot{y}_c \cos\phi - \dot{x}_c \sin\phi - \dot{\phi}d = 0 \quad (1.13.3)$$

$$\dot{x}_c \cos\phi + \dot{y}_c \sin\phi + \dot{\phi}b - r\dot{\theta}_r = 0 \quad (1.13.4)$$

$$\dot{x}_c \cos\phi + \dot{y}_c \sin\phi - \dot{\phi}b - r\dot{\theta}_l = 0 \quad (1.13.5)$$

Ecuțiile de mai sus pot fi scrise sub formă matriceală:

$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin\phi & \cos\phi & -d & 0 & 0 \\ \cos\phi & \sin\phi & b & -r & 0 \\ \cos\phi & \sin\phi & -b & 0 & -r \end{bmatrix} \quad (1.13.6)$$

Luând în considerare modelul cinematic, vom avea:

$$S(q) = \begin{bmatrix} \frac{r}{2b}(b\cos\phi - d\sin\phi) & \frac{r}{2b}(b\cos\phi + d\sin\phi) \\ \frac{r}{2b}(b\sin\phi + d\cos\phi) & \frac{r}{2b}(b\sin\phi - d\cos\phi) \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.13.7)$$

Relația de mai sus satisface relația (1.13.2).

Modelul cinematic este dat de către  $\dot{q} = S(q)v(t)$  cu  $v = [v_1 \ v_2]^T = [\dot{\theta}_r \ \dot{\theta}_l]^T$ .

**Manipulatorul CytonGamma1500** are 7 grade de libertate la care se adaugă unul adițional care este reprezentat de gripper. Toate axele sunt complet independente și pot fi controlate simultan utilizând software-ul de control inclus.



Fig. 1.13.2 Manipulator Cyton Gamma 1500

*Tabelul 1.13.1 Specificații manipulator*

Specificații	
Greutate	3 kg
Capacitate maximă	2 kg la extensie parțială
Capacitate minimă	1.5 kg extensie totală
Lungimea brațului	76 cm de la bază la vârf
Se întinde	48 cm
Viteza maximă a brațului întins	45 cm/sec
Viteza articulațiilor medie	15 rpm
Repetabilitatea	+/-0.5 mm
Gripper: 2 degete paralele, deschidere standard 3.5 cm sau deschis la maxim 10 cm	

Unghiurile maxime pe care le suportă fiecare articulație in parte sunt menționate in tabelul următor:

*Tabelul 1.13.2 Limitele articulațiilor*

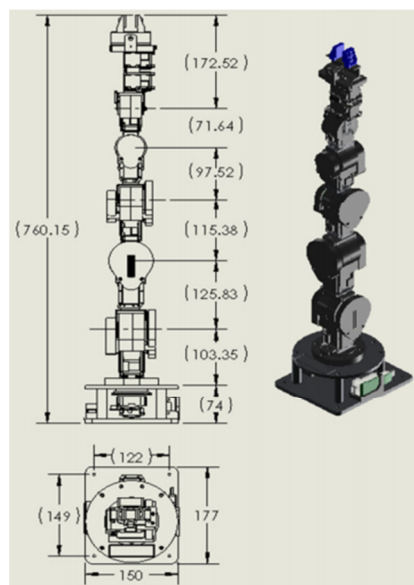
Gama Axelor	
Numărul total de axe independente	7
Rotirea umărului	210 grade
Articulație umăr	210 grade
Rotirea cotului	210 grade
Articulație cot	210 grade
Încheietura mâinii	210 grade
Articulația încheieturii	210grade
Rotirea încheieturii	300 grade

Mediul în care sistemul funcționează în condiții optime:

Temperatura: între 20-35 de grade celsius

Presiunea atmosferică: funcționeaza în condiții atmosferice normale

Alimentarea: tensiunea de intrare: 100-240 V AC, curentul: maxim 2.5A pentru utilizare normal.



*Fig. 1.13.3 Imaginea de ansamblu a robotului distanțele dintre articulații*

<http://robots.mobilerobots.com/w/images/e/e1/CytonGamma1500Dimensions.png>

Utilizand cinematica directă se poate calcula poziția și orientarea end-effector-ului folosindu-se de unghiurile articulațiilor. Pentru a realiza cinematica directă a unui braț robotic s-a utilizat metoda de reprezentare Denavit Hartenberg.

Această metoda presupune realizarea în prima fază pentru fiecare articulație în parte a cadrului de coordonate corespunzător. Această etapă este urmată de etapa alegerii parametrilor  $a, d, \theta, \alpha$ , urmând să fie folosite în matricea omogenă de transformare,  $T_n$ .

Reguli pentru realizarea cadrelor de coordonate:

- Axa  $Z_n$  este poziționată în direcția axei articulației pentru cele de rotație, iar pentru cele prismatică este în sensul mișcării;
- Axa  $X_n$  este perpendiculară pe axele  $Z_n$  și  $Z_{n-1}$ ;
- Axa  $Y_n$  este dată de regula mâinii drepte;
- Axa  $X_n$  este trebuie să intersecteze axa  $Z_{n-1}$

Parametrii  $a, d, \theta, \alpha$  sunt definiți ca fiind:

- $\theta$  este rotația în jurul axei  $Z_{n-1}$ , reprezintă variabila articulației, dacă articulația cu indicele  $n-1$  s-a rotit;
- $\alpha$  reprezintă rotația în jurul axei  $X_n$ , valoarea sa fiind dată de unghiul dinre  $Z_n$  și  $Z_{n-1}$  în jurul axei  $X_n$ ;
- $d$  reprezintă deplasarea dintre cadrul  $n$  și  $n-1$  de-alungul axei  $Z_{n-1}$ , variabila articulației dacă aceasta este prismatică;
- $a$  reprezintă deplasarea dintre cadrele  $n$  și  $n-1$  de-alungul axei  $X_n$ .

Matricea omogenă de transformare  $T_n$  :

$$T_n = R_z(\theta_i)D_z(d_i)D_x(a_i)R_x(\alpha_i) \quad (1.13.8)$$

$$\begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.13.9)$$

Unde  $R_x$  și  $R_z$  reprezintă rotația,  $D_x$  și  $D_z$  denotă translația  $C\theta_i$  și  $S\theta_i$  reprezintă  $\cos\theta_i$  respectiv  $\sin\theta_i$ . Cinematica directă a end-effector-ului respectând cadrul de bază este determinată prin multiplicarea tuturor matricilor  $T$ . Indicele  $i$  asociat parametrilor  $a, d, \theta, \alpha$  denotă faptul că aceștia sunt atașați cadrului cu același indice.

Din cinematica directă reiese poziția end-effector-ului, cunoscute fiind unghiurile fiecărei articulații. Pentru determinarea poziției acestuia trebuie aplicată ecuația (1.13.9) în ecuația următoare.

$$T_6^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5 T_7^6 \quad (1.13.10)$$

Aplicând regulile de mai sus referitoare la alegerea cadrelor corespunzătoare articulațiilor a rezultat figura de mai jos:

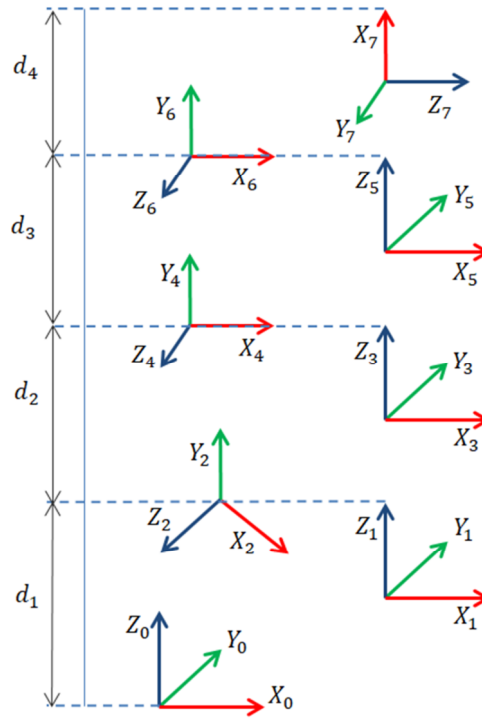


Fig. 1.13.4 Atribuire cadre manipulator 7 DOF

Pasul următor în realizarea cinematicii directe constă în identificarea valorilor corespunzătoare parametrilor  $a, d, \theta, \alpha$ . Acestea se regăsesc în tabelul de mai jos.

Tabelul 1.13.3 Valoride parametrilor (D-H) pentru 7 DOF

Cadru	$a$	$d$	$\theta$	$\alpha$
1.	0	$d_1$	$\theta_1$	$\pi/2$
2.	0	0	$\theta_2$	$-\pi/2$
3.	0	$d_2$	$\theta_3$	$\pi/2$
4.	0	0	$\theta_4$	$-\pi/2$
5.	0	$d_3$	$\theta_5$	$\pi/2$
6.	0	0	$\theta_6$	$\pi/2$
7.	0	$d_4$	$\theta_7$	0

Aceste variabile sunt utilizate pentru scrierea matricilor omogene de transformare corespunzătoare articulațiilor manipulatorului, apoi sunt folosite împreună pentru realizarea programului de simulare în Matlab.

Pentru deteminarea poziției end-effector-ului sunt înmulțite cele 7 matrici corespunzătoare celor 7 articulații conform relației (1.13.10).

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & -S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & 0 & S\theta_2 & 0 \\ S\theta_2 & 0 & -C\theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & 0 & -S\theta_3 & 0 \\ S\theta_3 & 0 & C\theta_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_4^3 = \begin{bmatrix} C\theta_4 & 0 & S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & 0 & -C\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_5^4 = \begin{bmatrix} C\theta_5 & 0 & -S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & 0 & C\theta_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_6^5 = \begin{bmatrix} C\theta_6 & 0 & S\theta_6 & 0 \\ S\theta_6 & 0 & -C\theta_6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_7^6 = \begin{bmatrix} C\theta_7 & 0 & -S\theta_7 & 0 \\ S\theta_7 & 0 & C\theta_7 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Notație:

$$T_6^0 = \begin{bmatrix} e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Având:

$$e = C_{12345} - S_{13}C_{45} - C_{15}S_{24} - C_{12}S_{35} - S_{15}C_3$$

$$f = C_{123}S_4 + S_{134} - C_{124} - C_{12}S_{35} - S_{15}C_3$$

$$g = -C_{12345} + S_{135}C_4 - C_1S_{245} - C_{1235} - S_1C_{35}$$

$$h = d_5(C_{123}S_4 - S_{134} + C_{124})$$

$$i = C_{245}S_{13} + S_3C_{145} - C_5S_{124} - C_2S_{135} - S_5C_{13}$$

$$j = C_2S_{13} + C_{13}$$

$$k = -C_{24}S_{135} - C_{14}S_{35} + S_{1245} - C_{15}S_{13} - C_{135}$$

$$l = d_5(S_{134}C_2 + S_{34}C_1 + S_{12}C_4)$$

$$m = -C_{345}S_2 - S_4C_{25} + S_{235}$$

$$n = C_3S_{24} - C_{24}$$

$$o = C_{34}S_{25} + C_2S_{45} + C_5S_{23}$$

$$p = d_5(-S_{24}C_3 + C_{24})$$

Unde  $e_i (i=1, \dots, 12)$ :

$$e_1 = eC_{76} + fS_6C_7 + S_7$$

$$e_2 = -eS_6 + fC_6$$

$$e_3 = -eS_7C_6 - fS_{67} - gC_7$$

$$e_4 = d_7(eS_6 - fC_6)$$

$$e_5 = iC_{76} + jS_6C_7 + S_7$$

$$e_6 = -iS_6 + jC_6$$

$$e_7 = -iS_7C_6 - jS_{67} - kC_7$$

$$e_8 = d_7(iS_6 - jC_6)$$

$$e_9 = mC_{76} + nS_6C_7 + S_7$$

$$e_{10} = -mS_6 + nC_6$$

$$e_{11} = -mS_7C_6 - nS_{67} - oC_7$$

$$e_{12} = d_7(mS_6 - nC_6)$$

**Activitatea: Act 1.14 - Modelarea dinamica a sistemului robotic autonom format din scaun cu rotile și manipulator robotic cu 7-DOF integrat in tehnologia de asistare a persoanelor cu dizabilitati neuro-motorii;**

Scaunul cu rotile are doua roti diferentiale – motoare si două roți libere utilizate pentru scabilitatea platformei mobile. Rotile diferentiale au doua grade de libertate; de rotație în jurul axei rotii motorizate și punctul de contact. Roțile libere (care se găsesc in partea din față a scuanului cu rotile) au trei grade de libertate - in jurul axei rotii de rotatie,punctul de contact și roata.

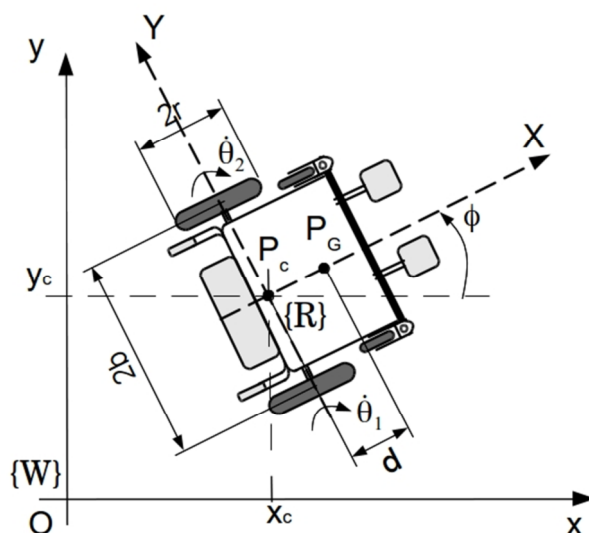


Figura 1.14.1 - Scaun mobil cu două roți motoare și două libere pentru persoanele cu handicap locomotor

Cele două roți motoare sunt alimentate de două motoarele DC și au aceeași raza a rotii,  $r$ . Punctul  $P_c$  este originea axei scaunului cu roțile, care este amplasat la intersecția longitudinală dintre axa  $X$  și laterală  $Y$ . Centrul de masă (COM) se afla la punctul  $P_G$ .  $b$  este distanța măsurată de la centrul scaunului cu roțile la centrul rotii de-a lungul axei  $y$  a cadrului de referință. Se presupune că modelul rotii este reprezentat de un disc subțire, solid având un singur punct de contact cu terenul de suprafață.  $d$  reprezintă distanța dintre punctul  $P_c$  și punctul  $P_G$ , care este de-a lungul axei  $x$ . Poziția scaunului cu roțile poate să fie specificată complet prin următorul vector de coordonate generalizate,

$$q = [x_c, y_c, \varphi, \theta_1, \theta_2]^T \quad (1.14.1)$$

unde  $x_c$  și  $y_c$  sunt coordonate ale scaunului cu roțile.  $\varphi$  reprezintă orientarea cadrului WMR din cadrul inertial și  $[\theta_1, \theta_2]$  este vectorul de deplasare unghiulară pentru scaunul cu roțile ( $wheel_1$  și respectiv  $wheel_2$ ). Având în vedere că sistemul este neholonomic și că nu există alunecare, constrângerile de rulare pentru ambele roți sunt scrise ca,

$$r\dot{\theta}_1 = \dot{x}_c \cos^S \varphi + \dot{y}_c \sin^N \varphi + b\dot{\varphi} \quad (1.14.2)$$

$$r\dot{\theta}_2 = \dot{x}_c \cos^S \varphi + \dot{y}_c \sin^N \varphi - b\dot{\varphi} \quad (1.14.3)$$

Ecuatia de mai sus descrie viteza longitudinală a centrului de greutate a scaunului cu roțile care e constrans de viteza longitudinală a roților generate de rotația pură. Utilizând aceleași premise, constrângerea poate fi scrisă astfel,

$$0 = \dot{y}_c \cos^S \varphi - \dot{x}_c \sin^N \varphi - d\dot{\varphi} \quad (1.14.4)$$

unde viteza laterală măsurată de-a lungul întoarcerii axelor scaunului cu roțile este constransă la viteza zero. În scopul de a obține ecuația dinamică a sistemului, utilizând formula Lagrangian, scaunul cu roțile poate fi compartimentat în trei părți și anume corpul platformei și cele două roți (de exemplu,  $wheel_1$ ,  $wheel_2$ ). Expresia energiei cinetice a corpului scaunului cu roțile este dată ca,

$$T_r = \frac{1}{2}m_r(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}I_{rz}\dot{\varphi}^2 \quad (1.14.5)$$

și expresia energiei cinetice pentru ambele  $wheel_1$  și  $wheel_2$  sunt date respectiv ca,

$$T_{w1} = \frac{1}{2}m_w(\dot{x} + b\dot{\varphi} \cos^S \varphi + d\dot{\varphi} \sin^N \varphi)^2 + \frac{1}{2}m_w(\dot{y} + b\dot{\varphi} \sin^N \varphi - d\dot{\varphi} \cos^S \varphi)^2 + \frac{1}{2}I_{wz}\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}I_{wy}\dot{\theta}_1^2$$

$$T_{w2} = \frac{1}{2}m_w(\dot{x} - b\dot{\varphi} \cos^S \varphi + d\dot{\varphi} \sin^N \varphi)^2 + \frac{1}{2}m_w(\dot{y} - b\dot{\varphi} \sin^N \varphi - d\dot{\varphi} \cos^S \varphi)^2 + \frac{1}{2}I_{wz}\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}I_{wy}\dot{\theta}_2^2$$

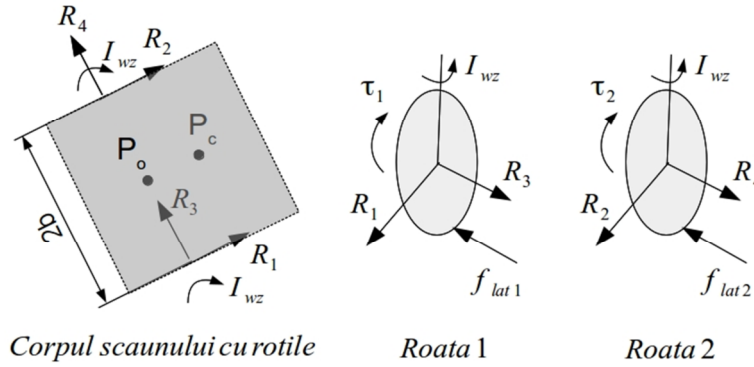


Fig. 1.14.2.

Utilizand ecuatiile constranse si ecuatiile energiei putem dezvolta ecuatia dinamica pentru scaunul cu rotile fara alunecarea rotii.

Cazul neideal: Un scaun cu rotile cu alunecarea rotii. Pentru a modela conditia, avem nevoie de a include alunecare în dinamica sistemului. Se începem prin introducerea noului set de vectori cu coordonate generalizate dupa ce conditia fara alunecare este relaxata, după cum urmează,

$$q = [x_c, y_c, \varphi, \eta_1, \eta_2, \rho_1, \rho_2, \theta_1, \theta_2]^T \quad (1.14.6)$$

Folosind noul vector cu coordonate generalizate, putem formula constrângerile de rulare a scaunului cu rotile cu două roți fixe motoare în forma ce urmeaza,

$$\dot{\rho}_1 = \dot{x}_c \cos^S \varphi + \dot{y}_c \sin^N \varphi + b\dot{\varphi} \quad (1.14.7)$$

$$\dot{\rho}_2 = \dot{x}_c \cos^S \varphi + \dot{y}_c \sin^N \varphi - b\dot{\varphi} \quad (1.14.8)$$

unde  $\dot{\rho}_i = r\dot{\theta}_i - \dot{\zeta}_i$ .

Cele două roți motoare a scaunului cu rotile sunt strict legate de corpul WMR și, prin urmare, nu pot avea două alunecari laterale cum se poate vedea din urmatoarele ecuatii unde ambele  $\eta_1$  si  $\eta_2$  au aceesi expresie,

$$\dot{\eta}_1 = \dot{y}_c \cos^S \varphi - \dot{x}_c \sin^N \varphi - d\dot{\varphi} \quad (1.14.9)$$

$$\dot{\eta}_2 = \dot{y}_c \cos^S \varphi - \dot{x}_c \sin^N \varphi - d\dot{\varphi} \quad (1.14.10)$$

unde alunecarea laterala este permisa să apara de-alungul axei de intoarcere a scaunului cu rotile in timpul rotiri. În continuare se vom analiza efectul ambelor alunecari, în special, pentru a investiga agilitatea/abilitatea navigatiei scaunului cu rotile pentru virajele stranse. Noile constrangeri definite mai sus pot fi rescrise sub forma ecuatiei ce urmeaza unde  $A_{(q)} \in \mathfrak{R}^{4 \times 9}$ ,

$$A_{(q)} = \begin{bmatrix} \cos^S \varphi & \sin^N \varphi & b & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos^S \varphi & \sin^N \varphi & -b & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -\sin^N \varphi & \cos^S \varphi & -d & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin^N \varphi & \cos^S \varphi & -d & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.14.11)$$

care e o matrice de rang maxim. Se determină matricea  $S_{(q)} \in \mathfrak{R}^{9 \times 5}$  din  $N(A_{(q)})$  pentru a indeplini cerintele,



$$S(q) = \begin{bmatrix} -\sin \varphi & \frac{(b \cos \varphi - d \sin \varphi)}{2b} & \frac{(b \cos \varphi + d \sin \varphi + d \sin \varphi)}{2b} & 0 & 0 \\ \cos \varphi & \frac{(d \cos \varphi + b \sin \varphi)}{2b} & \frac{(-d \cos \varphi + b \sin \varphi)}{2b} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2b} & -\frac{1}{2b} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.14.12)$$

În scopul de a formula matricea de inerție, se definește energia cinetica a scaunului cu roțile după cum urmează,

$$\begin{aligned} T_r &= \frac{1}{2} m_r (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} I_{rz} \dot{\varphi}^2 \\ T_{w1} &= \frac{1}{2} m_w (\dot{\varphi}_1^2) + \frac{1}{2} m_w (\dot{\eta}_1^2) + \frac{1}{2} I_{wz} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_{wz} \dot{\theta}_1^2 \\ T_{w2} &= \frac{1}{2} m_w (\dot{\varphi}_2^2) + \frac{1}{2} m_w (\dot{\eta}_2^2) + \frac{1}{2} I_{wz} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_{wz} \dot{\theta}_2^2 \end{aligned} \quad (1.14.13)$$

unde  $T_r$  este energia cinetica a corpului scaunului cu roțile și  $T_{w1}$  și  $T_{w2}$  sunt energiile cinetice pentru wheel<sub>1</sub> și respectiv wheel<sub>2</sub>. În final rezultă matricea de inerție,  $M_{(q)} \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$  să fie

$$M = \begin{bmatrix} m_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{rz} + 2I_{wz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{wy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{wy} \end{bmatrix} \quad (1.14.14)$$

care este definită pozitiv și simetrică. Se introduce un vector al forței laterale de tracțiune,  $f_{lat_i}$  și forța longitudinală de tracțiune,  $f_{lon_i}$  ca

$$F(q) = [0, 0, 0, f_{lat1}, f_{lat2}, f_{lon1}, f_{lon2}, -r f_{lon1}, -r f_{lon2}]^T \quad (1.14.15)$$

unde fiecare element individual al vectorului forța de tracțiune este calculată din magnitudinea alunecării respective. Ecuația dinamică a scaunului cu roțile poate fi acum reprezentată ca,

$$M(q)\ddot{q} = B(q)\tau + F(\dot{q}) + A^T \lambda \quad (1.14.16)$$

unde matricea transformată,  $B(q)$  ia forma astfel,

$$B(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (1.14.17)$$

Intrarea  $\tau$  este (roțile motoare) dată în forma vectorială,

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (1.14.18)$$

Multiplicatorul Lagrange:

$$\lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3 \quad \lambda_4]^T$$

Setul de ecuații dinamice rezultă:

$$\begin{aligned} m_r \ddot{x} &= \cos \varphi (\lambda_1 + \lambda_2) - \sin \varphi (\lambda_3 + \lambda_4) \\ m_r \ddot{y} &= \sin \varphi (\lambda_1 + \lambda_2) + \cos \varphi (\lambda_3 + \lambda_4) \\ (I_{rz} + 2I_{wz}) \ddot{\varphi} &= b(\lambda_1 - \lambda_2) - d(\lambda_3 + \lambda_4) \\ m_w \ddot{\eta}_1 &= f_{lat1} - \lambda_3 \\ m_w \ddot{\eta}_2 &= f_{lat2} - \lambda_4 \\ (I_{wy} + m_w r^2) \ddot{\theta}_1 &= \tau_1 - r f_{lon1} \\ (I_{wy} + m_w r^2) \ddot{\theta}_2 &= \tau_2 - r f_{lon2} \end{aligned} \quad (1.14.19)$$

### ***Determinarea sistemului de ecuații dinamice prin utilizarea metodei lui Newton:***

Metoda lui Newton este o alta formalitate principal pentru a deriva ecuatia legata de dinamica unui sistem mecanic.

Ecuațiile Newton pentru corpul scaunului cu rotile sunt date ca,

$$\begin{aligned} m_r \ddot{x} &= \cos \varphi (R_1 + R_2) - \sin \varphi (R_3 + R_4) \\ m_r \ddot{y} &= \sin \varphi (R_1 + R_2) + \cos \varphi (R_3 + R_4) \\ I_{rz} \ddot{\varphi} &= b(R_1 - R_2) - d(R_3 + R_4) - 2I_{wz} \ddot{\varphi} \end{aligned} \quad (1.14.20)$$

Ecuațiile Newton pentru wheel<sub>1</sub> si wheel<sub>2</sub>, ecuațiile pot fi scrise astfel,

$$\begin{aligned} m_w \ddot{\eta}_1 &= f_{lat1} - R_3, \\ m_w \ddot{\eta}_2 &= f_{lat2} - R_4 \\ (I_{wy} + m_w r^2) \ddot{\theta}_1 &= \tau_1 - r R_1, \\ (I_{wy} + m_w r^2) \ddot{\theta}_2 &= \tau_2 - r R_2, \end{aligned} \quad (1.14.21)$$

Observam ca setul de ecuatii derivate utilizând metoda lui Newton are aceesi forma ca ecuațiile derivate utilizand metoda Lagrange daca  $R_i = \lambda_i$ .

Aceasta arata consistent dintre cele doua modele dezvoltate utilizand metodele Newton si Lagrange.

## **Determinări ale limitărilor dinamice**

### Limita de viteză

Viteza liniară atribuită, la fiecare punct de pe traiectorie, nu poate fi mai mare decât viteza tangiliba atinsa de scaunul cu rotile. În cazul modelului Cirrus Power Wheelchair limita maximă de viteza este de:

$$v_{robot} = 2.0 \text{ m/s} \quad (1.14.22)$$

așa cum este prevăzut de către producător.

### Limitele de accelerare și decelerare

Limitele perioadei maxime de accelerare și decelerare nu au fost furnizate de către producătorul scaunului cu rotile și prin urmare, au trebuit să fie determinate experimental. Acest lucru a fost făcut prin alocarea unei viteze de profil realizabilă de scaunului cu rotile, așa cum este arătat în Figura 1.14.3.

Decelerarea scaunului cu rotile a fost calculată prin derivarea vitezei în raport cu timpul. Prin preluarea valorilor maxime și minime ale accelerării, limitele de accelerare și decelerare au fost determinate. Acest lucru poate fi văzut în Figura 1.14.4.

Accelerarea maximă este de:

$$a_{\text{robot}} = 0.9650 \text{ m/s}^2 \quad (1.14.23)$$

iar decelerarea maximă este de:

$$d_{\text{robot}} = -1.3950 \text{ m/s}^2 \quad (1.14.24)$$

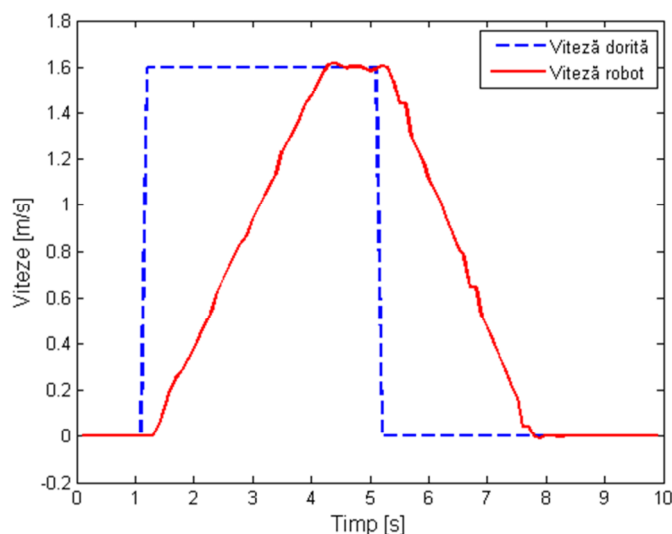


Figura 1.14.3. Reprezentarea grafică a vitezei experimentale (reală) și cea dorita pe unitatea de timp, a unui profil de viteza de irealizabil, utilizat pentru a determina limitele maxime de accelerare și decelerare a scaunului electric cu roțile.

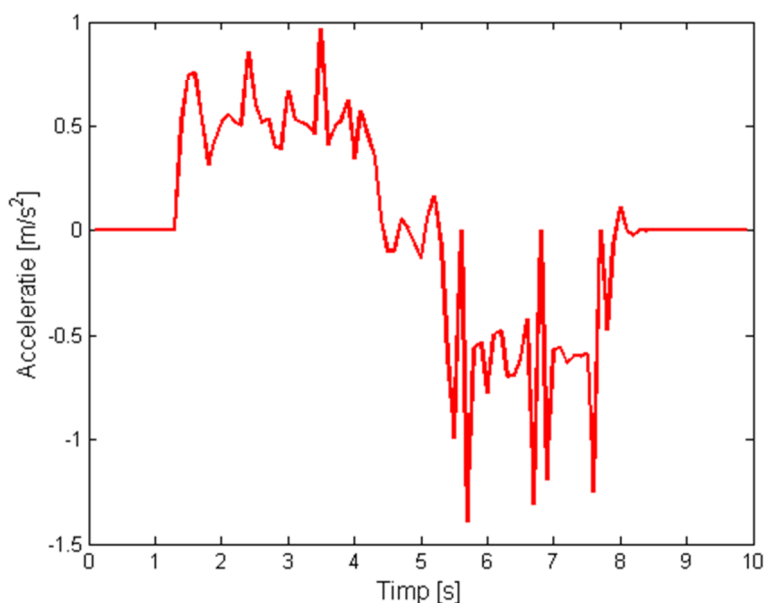


Figura 1.14.4. Grafic experimental de accelerare-timp care indică limitele maxime de accelerare și decelerare.

### Viteza maximă pentru a se evita deraparea

Viteza maximă a scaunului cu roțile atunci când parcurge o curbă, depinde de curbura traiectoriei și de aderența la sol a roților. În figura 1.14.5 este prezentat corpul scaunului cu roțile, ce parcurge o traiectorie curbă, având o rază de curbură  $\rho$ .

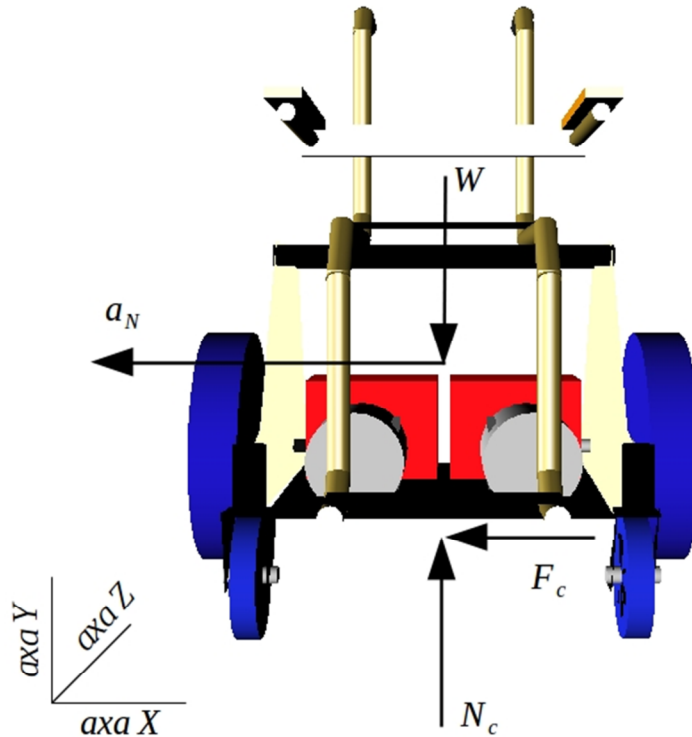


Figura 1.14.5. Diagrama scaunului cu roțile pe o traiectorie curbă, în planul XZ ( $\rho$  este în planul XY)

$N_c$  și  $F_c$  reprezintă rezultantele normale, respectiv forțele de frecțiune pentru toate roțile.  $W$  reprezintă greutatea scaunului cu roțile și  $a_n$  este accelerația normală. Forțele din cele  $n$  direcții pot fi exprimate ca:

$$\leftarrow \sum F_n = ma_n; \quad F_c = ma_n \quad (1.14.25)$$

$F_c$  pot fi exprimate în termeni de forța normală  $N_c$ , ca mai jos:

$$F_c = \mu_s N_c \quad (1.14.26)$$

unde  $\mu_s$  este coeficientul de frecare static, între pământ și roți. Această valoare este de 0.25 și a fost determinată experimental. Forțele în direcția  $z$  pot fi exprimate după cum urmează:

$$+\uparrow \sum F_z = 0; \quad W = mg = N_c \quad (1.14.27)$$

Accelerația normală poate fi exprimată în termeni de viteză ( $v$ ) și de rază de curbură ( $\rho$ ) astfel:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad (1.14.28)$$

Unghiul de curbură poate fi exprimat astfel:

$$\rho = \frac{\left( \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right)^{3/2}}{\left| \frac{dx}{dt} \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right|} \quad (1.14.29)$$

unde  $x(t)$ ,  $y(t)$  reprezintă traiectoria. Combinând ecuațiile (1.14.25), (1.14.26) și (1.14.27) rezultă:

$$\mu_s N_c = m \frac{v^2}{\rho} \quad (1.14.30)$$

Rezolvând pentru  $v$  și înlocuind ecuația (1.14.27) în (1.14.30) rezultă mai jos viteza maximă pentru a evita deraparea:

$$v_{alunecare} = \sqrt{\mu_s g \rho_{\min}} = 1.073 \text{ m/s} \quad (1.14.31)$$

$\rho_{\min}$  este cel mică rază a curburii din întreaga traiectorie.

### Interacțiunea dintre sol și roți, pentru a se evita patinarea

Perioada maximă de accelerare a evita patinarea roții este delimitată de aderența roții față de teren. Pentru a evita patinarea roții, forțele de frecare nu trebuie să depășească forța normală înmulțită cu coeficientul de frecare. Accelerația maximă poate fi calculată prin:

$$F_A = \mu_s N_A \quad (1.14.32)$$

$F_A$  este forța de frecare,  $N_A$  este forța normală iar  $\mu_s$  este coeficientul static de frecare între roți și sol. Pentru aceasta problemă este prezentată diagrama corpului în Figura 1.14.6.

Pentru a găsi maximul de accelerare, ecuațiile de mișcare trebuie să se derivate și rezolvate. Masa scaunului cu roțile (inclusiv bateriile) este de  $m = 66 \text{ kg}$ .

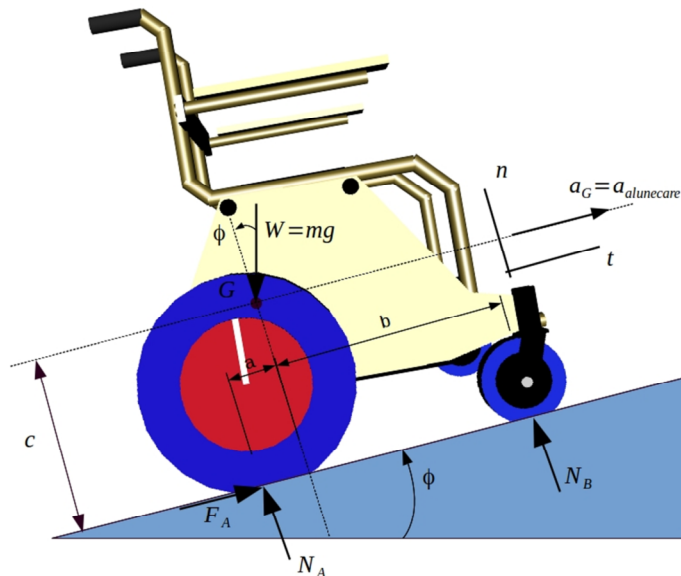


Figura 1.14.6. Diagrama corpului, pentru a găsi maximul de accelerație înainte de patinarea roții.

Conform figurii 1.14.6 avem  $a = 4 \text{ cm}$ ;  $b = 18 \text{ cm}$ ;  $c = 15 \text{ cm}$ ;

Ecuațiile de mișcare pot fi exprimate după cum urmează:

$$+\sum F_t = ma_G \quad F_A - mg \sin(\varphi) = m \cdot a_G \quad (1.14.33)$$

$$+\sum F_n = 0 \quad N_B + N_A - mg \cos(\varphi) = 0 \quad (1.14.34)$$

$$+\sum M_G = 0; \quad b \cdot N_B - a \cdot N_A - c \cdot F_A = 0 \quad (1.14.35)$$

$N_A$  este forța normală ce acționează la conducere roților,  $F_A$  este de frecare de conducere a roților,  $N_B$  este forța normală ce acționează pe roțile motoare,  $a_G$  este accelerația centrului de greutate al scaunului cu roțile,  $\varphi$  este unghiul față de pământ cu privire la o suprafață orizontală. Unghiul limitat între  $-8.53^\circ \leq \varphi \leq 8.53^\circ$  care este în jur de 15%. Forța de frecare a roților libere este de neglijat, deoarece acestea sunt presupuse a fi roți de rulare liberă. Ecuațiile de mișcare, împreună cu ecuația

(1.14.32) dă un total de 4 ecuații, pentru 4 necunoscute; prin urmare accelerația maximă, înainte de a se produce patinarea poate fi calculată ca:

$$a_{alunecare} = a_G = \frac{\mu \cdot b \cdot g \cdot \cos(\varphi)}{a + b + c \cdot \mu} - g \sin(\varphi) = 0.225 \text{ m/s}^2 \quad (1.14.36)$$

Decelerarea maximă, înainte de apariția patinării rotii poate fi calculată ca:

$$d_{alunecare} = -a_{alunecare} = -0.225 \text{ m/s}^2 \quad (1.14.37)$$

#### Accelerarea maximă pentru a se evita răsturnarea.

Accelerația trebuie să fie delimitată în scopul de a preveni răsturnarea scaunului cu rotile. Atunci când scaunul cu rotile se deplasează pe o pantă înclinată în jos, accelerația maximă poate fi calculată prin stabilirea forței normale asupra roților din spate:

$$N_B \approx 0 \quad (1.14.38)$$

Diagrama corpului liber este prezentată în Figura 1.14.7.

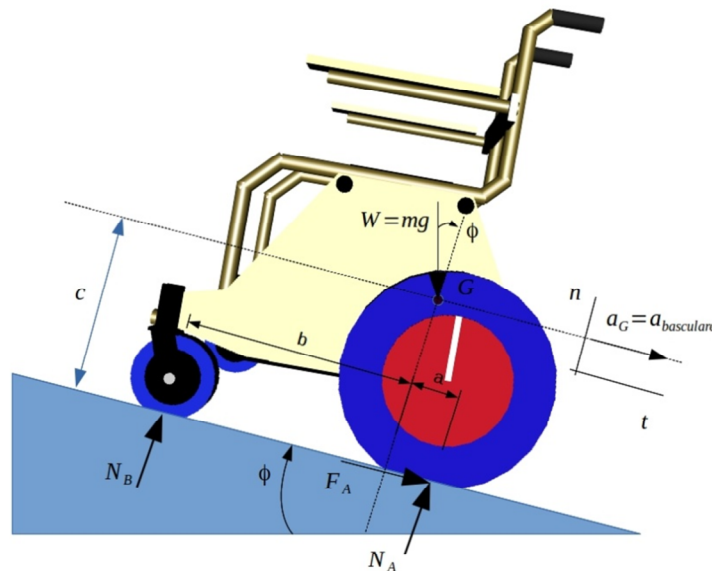


Figura 1.14.7. Diagrama corpului liber, pentru calculul accelerației maxime înainte de basculare.

Pentru a găsi accelerația maximă, momentul ecuației de mișcare trebuie derivat și rezolvat. Momentul ecuației de mișcare poate fi exprimat după cum urmează:

$$\sum M_A = \sum (M_k)_A \quad c \cdot mg \sin(\varphi) - a \cdot mg \cos(\varphi) = -c \cdot m \cdot a_G \quad (1.14.39)$$

unde  $(M_k)_A$  este momentul forței de inerție  $(-ma_G)$  cu privire la punctul A.

Pentru a preveni scaunul cu rotile de la basculare, accelerația maximă poate fi calculată astfel:

$$a_{basculare} = a_G = \frac{a \cdot g(\cos(\varphi) - c \cdot \sin(\varphi))}{c} = 1.0593 \text{ m/s}^2 \quad (1.14.40)$$

unde g este de accelerația gravitațională. Decelerarea maximă pentru a preveni bascularea scaunului cu rotile poate fi calculată ca:

$$d_{basculare} = -a_{basculare} = -1.0593 \text{ m/s}^2 \quad (1.14.41)$$

Limita vitezei de siguranță

O limita maxima de siguranță pentru viteză este setata pentru a evita obstacolele în mișcare. Scaunul cu roțile v-a fi echipat cu un senzor de tip Lidar ce poate detecta obstacole la fiecare 0.5 secunde și are o raza de detectare de maxim 0.6 m. Este nevoie de 0.5 secunde pentru ca scaunul cu roțile sa reacționeze la obstacol. Viteza maximă permisă pentru robot se calculeaza astfel:

$$v_{siguranta} = 0.5 \frac{m}{s} \tag{1.14.42}$$

Calculul valorilor limită pentru traiectoria ideală

Utilizând constrângerile din secțiunea anterioară, valorile maxime de viteză, accelerare și decelerare pot fi obținute. Viteza, accelerația, și decelerarea scaunul cu roțile au următoarele constrângeri:

$$v(t) \leq V_{lim} \tag{1.14.43}$$

$$a(t) \leq A_{lim} \tag{1.14.44}$$

$$d(t) \leq D_{lim} \tag{1.14.45}$$

unde

$$V_{lim} = \min(v_{robot}, v_{alunecare}, v_{siguranta}) = \min(1.7, 1.073, 0.5) = 0.5 \text{ m/s} \tag{1.14.46}$$

$$A_{lim} = \min(a_{robot}, a_{basculare}, a_{alunecare}) = \min(0.9650, 0.225, 1.0593) = 0.225 \text{ m/s}^2 \tag{1.14.47}$$

$$D_{lim} = \min(d_{robot}, d_{basculare}, d_{alunecare}) = (-1.3950, -0.225, -1.0593) = -1.3950 \text{ m/s}^2 \tag{1.14.48}$$

unde  $v_{robot}$ ,  $v_{alunecare}$ ,  $v_{siguranta}$  sunt prezentate în ecuațiile (1.14.22), (1.14.31) și respectiv (1.14.42),  $A_{robot}$ ,  $A_{basculare}$ ,  $A_{siguranta}$  sunt prezentate în ecuațiile (1.14.28), (1.14.40), și respectiv (1.14.36),  $D_{robot}$ ,  $D_{basculare}$ ,  $D_{siguranta}$  sunt defnire în ecuațiile (1.14.24), (1.14.41), și respectiv (1.14.37).

**Activitatea: Act 1.15** – Testarea prin simulare numerică a modelelor cinematice și dinamice ale scaunului cu roțile împreună cu manipulator robotic cu 7-DOF integrat în tehnologia de asistare a persoanelor cu dizabilitati neuro-motorii;

Pentru vizualizarea comportamentului scaunului virtual s-a creat un mediu 3D în care putem vizualiza modul în care se v-a deplasa scaunul cu roțile.

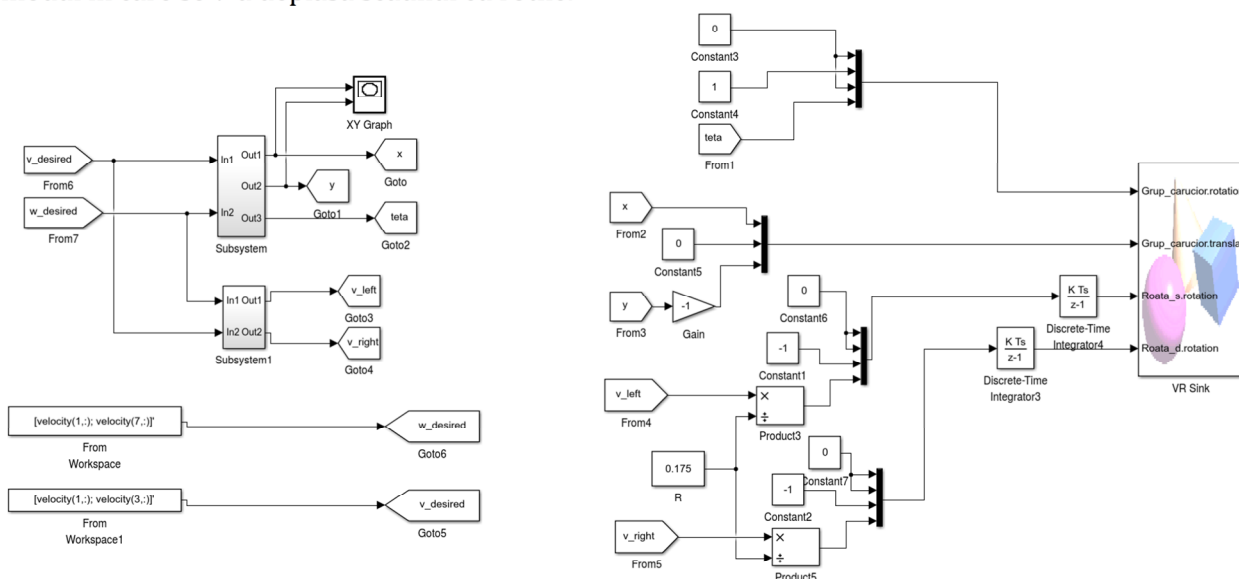


Fig.1.15.1 Schema Simulink de virtualizare a scaunului cu roțile utilizand modelul cinematic.

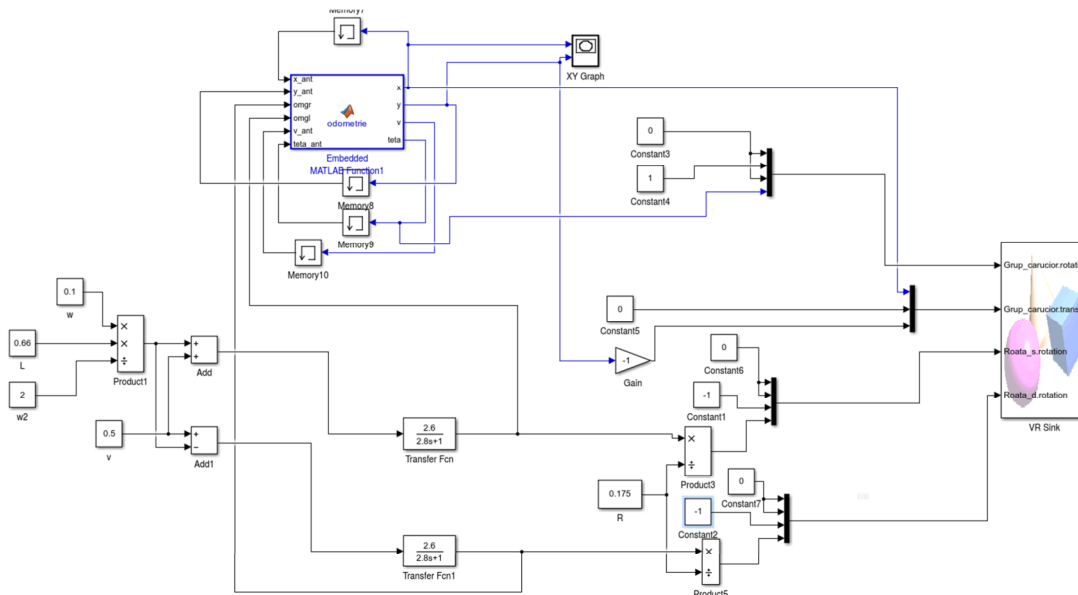


Fig.1.15.2 Schema Simulink de virtualizare a scaunului cu roțile utilizând modelul dinamic

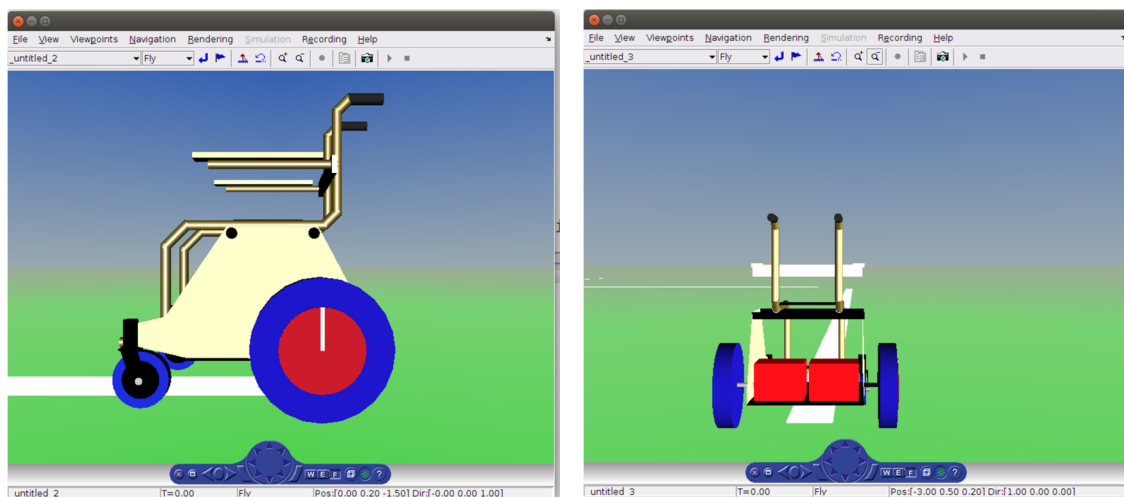


Fig. 1.15.3 Scaun virtual

În Fig.1.15.3 este prezentat scaunul virtual implementat cu vedere din lateral și din față. Softul realizat permite schimbarea vizualizării.

Cu schema Simulink din fig.2.15.1 s-au realizat o serie de simulări pentru a determina dacă scaunului virtual are comportamentul scaunului cu roțile fizic.

În figurile Fig.1.15.4 este prezentat comportamentul scaunului cu roțile când acesta primește diverse comenzi.



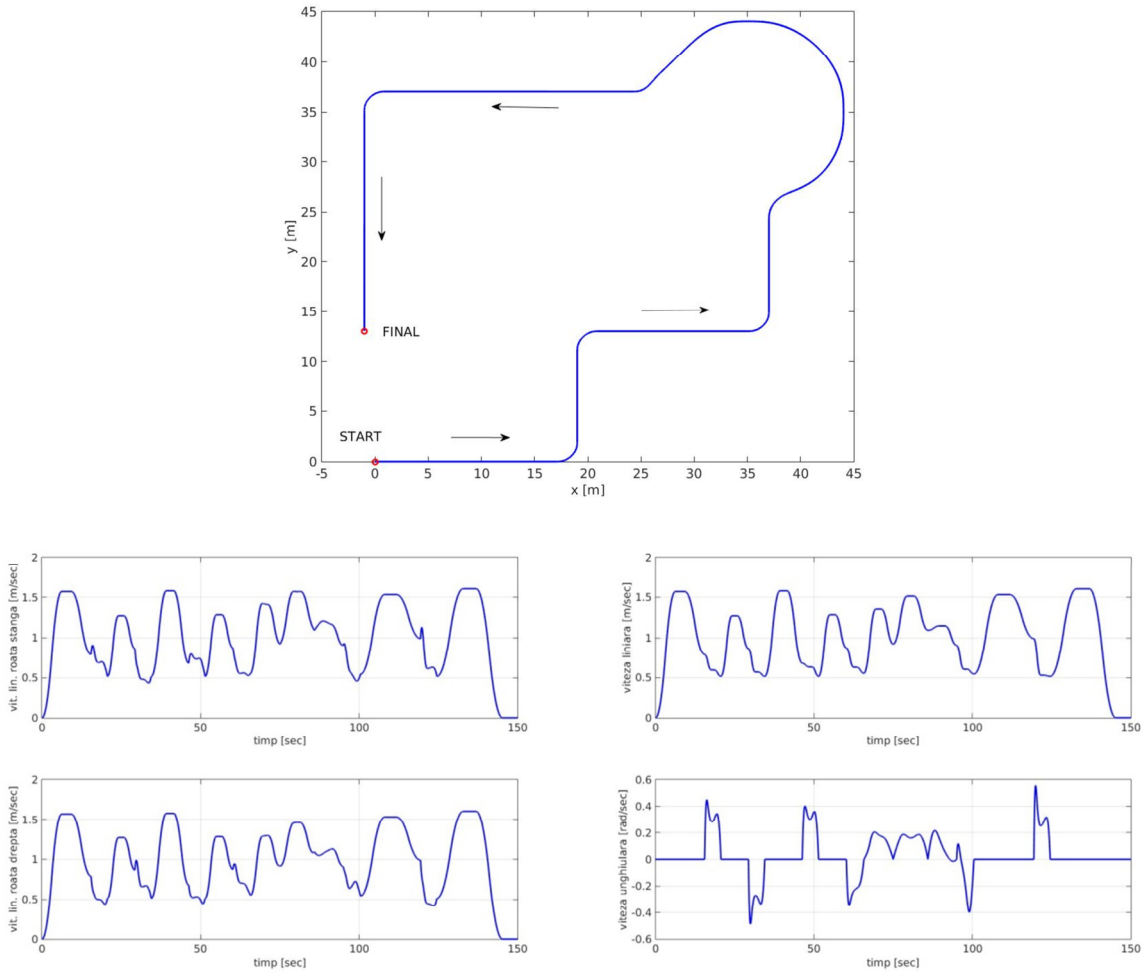
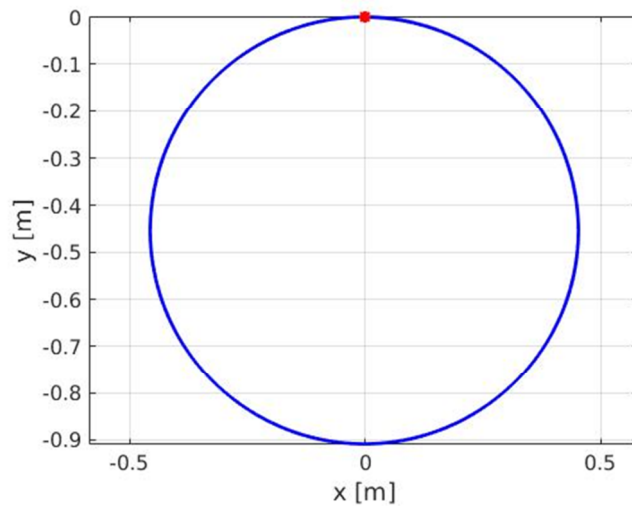


Fig. 1.15.4 Rezultate obtinute in Matlab/Simulink utilizand modelul cinematic al scaunului cu rotile.



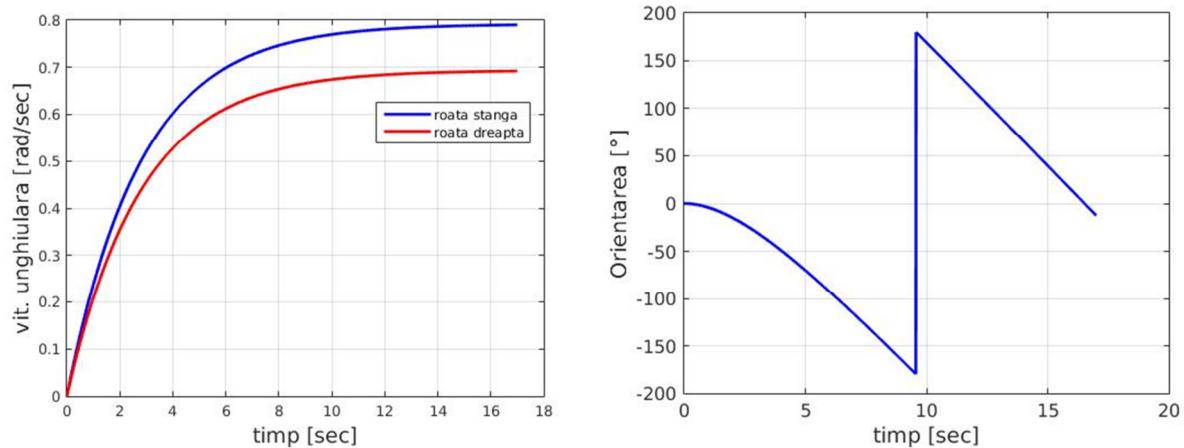
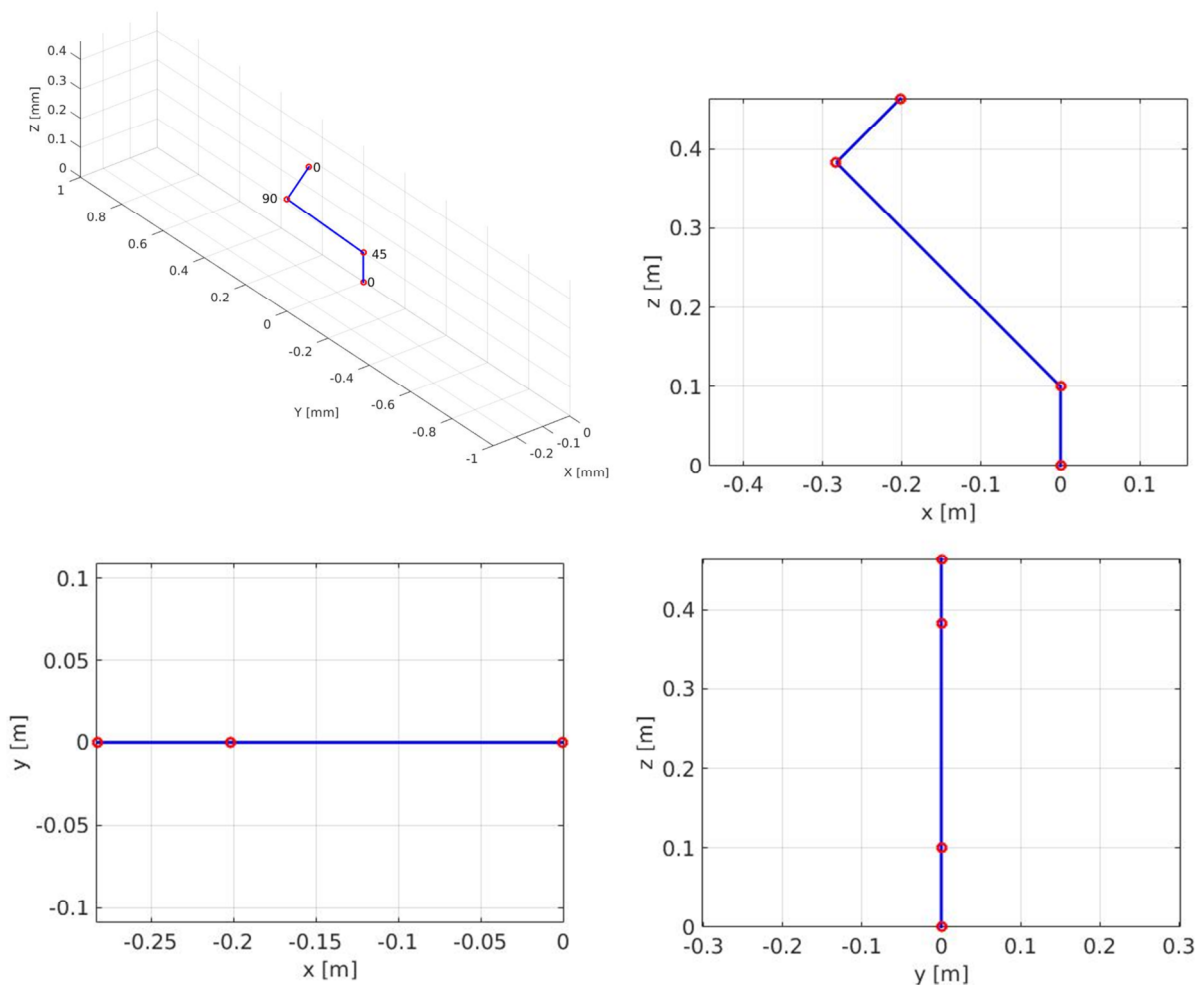


Fig. 1.15.5 Rezultate obtinute in Matlab/Simulink utilizand modelul cinematic al scaunului cu rotile.

Caz: I

Unghi	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$	$\theta_7$
[°]	0	45	0	90	0	0	0



Caz: II

Unghi	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$	$\theta_7$
[°]	0	45	45	0	0	90	0

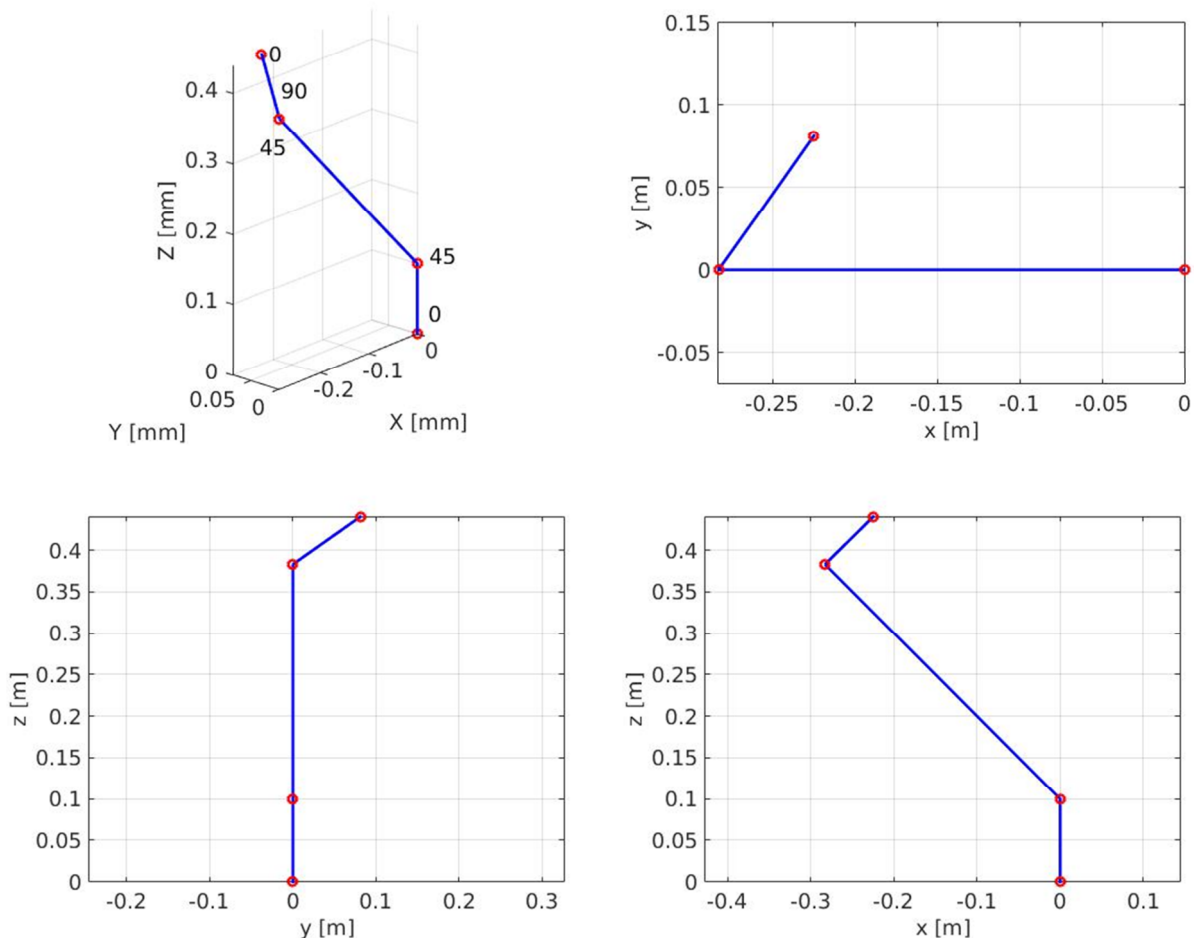


Fig.1.15.6. Rezultate în urma simulărilor (bratul robotic cu 7 grade de libertate) pentru 2 cazuri utilizand mediul Matlab.

În figurile 1.15.5 apar doar 5 dintre cele 7(+end-effector=8) articulații deoarece a doua articulație, a treia și a patra, din figură, reprezintă de fapt câte două articulații. Motivul este unul simplu, distanțele dintre articulațiile menționate anterior sunt setate la 0. Acest lucru simulează un braț uman care are câte două grade de libertate la o singură articulație.

### **CONCLUZII**

Raportul științific pune în evidență soluțiile pe care echipa de lucru a Proiectului 5 le oferă pentru cerințele Etapei 1. In Raportul științific detaliat încărcat pe platforma proiectului P5 (<http://www.cidsteh.ugal.ro>), se pot vizualiza soluțiile și rezultatele pentru cercetari aferente **Etapei 1. "Analiza și modelarea structurilor senzoriale specifice tehnologiilor de asistare medico-sociala și deservire de linii de fabricatie de precizie cu sisteme autonome complexe integrate"**.

### **REZULTATE ETAPA 1**

S-a obtinut urmatorul rezultat:

- Modelul funcțional a SAC-SI integrat in tehnologia de asistare a persoanelor cu dizabilitati neuro-motorii.

### **INDICATORII DE REALIZARE ATINSI**

*Activitatea 1.13.*

- Analize, model cinematic nonholonomic, cu intrari/iesiri si restrictii;

*Activitatea 1.14.*

- Studii, analize, model dinamic nonholonomic, cu intrari/iesiri si restrictii;

*Activitatea 1.15.*

- Model funcțional al scaunului cu roțile și manipulator cu 7 grade de libertate în mediul de simulare Matlab/Simulink.

- Rezultate de simulare în aplicația Matlab/Simulink a SAC-SI integrat în tehnologia de asistare a persoanelor cu dizabilități neuro-motorii.

## **DISEMINARE**

### **Articole (ISI Proceedings sau BDI)**

1. A. Filipescu, R. Solea, A. Filipescu Jr., G. Stamatescu, G. Ciubuciu, "Trajectory-Tracking Sliding-Mode Control of the Autonomous Wheelchair Modeled as a Nonholonomic WMR", 2018 IEEE 14th International Conference on Control and Automation (ICCA), June 12-15, 2018. Anchorage, Alaska, USA, pp. 1168-1173.

## **LOCURI DE MUNCA SUSTINUTE PRIN PROGRAM**

Echipa de proiect care a contribuit la cercetari in Etapa 1. Proiect 5, este formata din 3 (trei) cercetatori (inclusi in lista de personal a proiectului 5).

## **PREZENTAREA STRUCTURII OFERTEI DE SERVICII DE CERCETARE SI TEHNOLOGICE CU INDICAREA LINK-ULUI DIN PLATFORMA ERRIS**

### **SERVICII DE CERCETARE SI TEHNOLOGICE**

**Denumire** - **ErrisServ.1.** Serviciu de cercetare pe platforma SAC-SI pentru asistare medicală a persoanelor cu dizabilități severe.

- **Teh.3.** Tehnologia de asistare medicală a persoanelor cu dizabilități severe cu Sistem autonom complex - Scaun inteligent (SAC-SI) integrat.

Link la platforma ERRIS: <https://erris.gov.ro/Process-Control-Systems>

Research services: **2.1. Researches for the Autonomous Complex System-Intelligent Wheeled Chair platform to assist people with severe neuromotor disabilities.**

Technological services: **3. Medical assistance technologies for elderly and people with severe neuromotor disabilities using the integrated Autonomous Complex System-Intelligent Wheeled Chair.**

Equipments: **3. Manipulator structure with 7 degrees of freedom.**  
**4. Autonomous electric wheelchair for disabled people.**